



Trucos matemáticos y psicotécnicos

*“Todos estos trucos y fórmulas son para facilitar la mejor realización de los test psicotécnicos y similares, además de estos trucos vienen ciertas explicaciones sólo a efectos de recordar como se hacen o formas de agilizarlas, en todo caso, habrá de entenderse esto como una alternativa diferente a la habitual para realizar diferentes ejercicios, en algunos casos se sustituye una forma relativamente compleja por varias sencillas, con lo que se podría realizar o bien mentalmente o más rápido que en otros casos”*

## - MATEMÁTICOS -

1. Calcular el 50% es igual a dividir por 2 (el 50% de 350 = 175)
2. Calcular el 25% es igual a dividir por 4 (el 25% de 350 = 87'5)
3. Multiplicar por 0'5 es igual a dividir por 2 ( $350 \times 0'5 = 350 : 2 = 175$ )
4. Multiplicar por 0'25 es igual a dividir por 4 ( $350 \times 0'25 = 350 : 4 = 87'5$ )
5. Dividir por 0'5 es igual a multiplicar por 2 ( $350 : 0'5 = 350 \times 2 = 700$ )
6. Dividir por 0'25 es igual a multiplicar por 4 ( $350 : 0'25 = 350 \times 4 = 1400$ )

### **7. Multiplicar por 5:**

Se añade un cero a la cantidad y luego se divide entre dos  
( $350 \times 5 = 3500 : 2 = 1750$ )

### **8. Dividir entre 5:**

Se divide la cantidad entre 10 y luego se multiplica por dos  
( $350 : 5 = 35 \times 2 = 70$ )

Se puede observar aquí qué fácil puede resultar dividir entre 5, con un ejemplo como el siguiente:

$$9384534098539483948 : 5 = X$$

*Lo primero es dividirlo entre 10 por ello simplemente se pone la última cifra como decimal (y si hubiese un 0, éste se quitaría) quedando así: 938453409853948394'8*

*Ahora sólo hay que multiplicar por dos: 938453409853948394'8 x 2 = 1876906819707896789,6*

*Calcula el tiempo que tardas en dividir entre cinco una cifra cualquiera y luego por este sistema y ya verás el tiempo que ganas.*

### **9. Multiplicación por once (x 11)**

Una forma de multiplicar por 11, es primero hacerlo por 10 y luego sumarle el número a multiplicar:

$$3.719 \times 11 = 3.719 \times 10 + 3.719 = 37.190 + 3.719 = 40.909$$

### **10. Multiplicación por once (x 11)**

1º La última cifra de la cantidad a multiplicar será la última cifra del resultado

2º Se suman los dos últimos dígitos y su resultado será el penúltimo dígito del resultado, si da un resultado de dos dígitos se pone el último de ellos y el primero se lleva

3º Se suman el penúltimo dígito y el siguiente más el resto (si lo lleva)

4º Se suman el antepenúltimo dígito y el siguiente (más el resto)

5º Se sigue el mismo proceso hasta llegar al último dígito, suponiendo que ya sea este se pone directamente como primera cifra, si llevamos resto habría que sumárselo

$$3.719 \times 11$$

$$1 + 9 = 10$$

$$7 + 1 + 1 = 9$$

$$3 + 7 = 10$$



$$3 + 1 = 4$$

$$40.909$$

### 11. Multiplicación por quince (x 15)

1º Se divide entre 2 el número a multiplicar

2º Se suma el número a multiplicar con el resultado de la operación anterior

3º Se multiplica por 10

$$46 \times 15 \quad 46 : 2 = 23$$

$$46 + 23 = 69 \quad 69 \times 10 = 690$$

### 12. División entre quince (:15)

1º Se divide entre diez al número

2º Ahora se divide entre 3

3º Se multiplica entre dos

$$2.580 : 10 = 258 : 3 = 86 \quad 86 \times 2 = 172 \quad 3.000 : 10 = 300 : 3 = 100 \quad 100 \times 2 = 200$$

### 13. Multiplicación por veinticinco (x 25)

1º Se divide el número a multiplicar entre 4

2º El resultado se multiplica por 100

$$3^{\circ} 42 \times 25 = 42 : 4 = 10'5 \times 100 = 1.050 \quad 3.753 \times 25 = 938'25 \times 100 = 93.825$$

### 14. División entre 25 (: 25)

1º Se divide entre 100

2º Se multiplica por 4

$$8150 : 100 = 81'5 \times 4 = 326$$

### 15. Multiplicación de números de 2 cifras:

1º Multiplicamos las últimas cifras (último dígito del resultado, si son dos se lleva la primera cifra)

2º Multiplicamos en cruz (lo que indica el propio signo de multiplicación), el segundo dígito del resultado

3º Multiplicamos las 2 primeras cifras (el primer o primeros dígitos del resultado)

### 16. Multiplicación de dos términos terminados en la misma cifra

1º Se multiplican los dos últimos dígitos entre sí, su resultado será la última cifra

2º Se suman los dos primeros números entre sí y se multiplican por el último término (si acaba en uno, por uno, si acaba en dos por dos, etc.), si de esta multiplicación quedaran dos términos se cogerá el último como penúltimo dígito del resultado y el primero se llevaría.

3º Se multiplican las primeras cifras y se suman las que se llevan, si se lleva alguna, el resultado serán las

4º dos primeras cifras

$$32 \times 64$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$2 \times 6 = 12$$

$$24$$

$$6 \times 3 = 18 + 2 = 20$$

$$= 2.048$$

$$21 \times 31 = 651$$

$$1 \times 1 = 1$$

$$2 + 3 = 5 \quad 5 \times 1 = 5$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$42 \times 32 = 1.344$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$4 + 3 = 7 \quad 7 \times 2 = 14$$

$$4 \times 3 = 12 + 1 = 13$$



$$23 \times 63 = 1.449$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 + 6 = 8 \times 3 = 24$$

$$2 \times 6 = 12 + 2 = 14$$

Por terminar en 1  
Las últimas cifras  
Por terminar en 2

### 17. Para multiplicar 2 cifras de dos dígitos cada una y terminados en 5

1º Se suman los dos primeros dígitos de ambas cifras

2º Su resultado se divide entre 2 (si la cifra es par terminará en 25 y, si es impar en 75)

3º Se multiplican los dos primeros dígitos y a su resultado se le suma la cantidad del 2º caso y lo que dé, serán las dos primeras cifras.

### 18. Multiplicación de potencias de dos dígitos

1º Se multiplican los últimos dígitos, cogemos el último número y llevamos el primero

2º Multiplicamos los términos entre sí y luego por 2, cogemos el último número y llevamos el primero.

3º Multiplicamos por sí misma la primera cifra

### 19. Potencias de 2 dígitos acabados en 5:

$$75 = 75 \times 75 = 5.625$$

$$7 \times 8 = 56$$

$$5 \times 5 = 25$$

(Como siempre acabará en 25 no hará falta hacer esta última parte)

1º Siempre van a acabar en 25, estas serán siempre los dos últimos dígitos

2º El primer dígito se multiplicará por el inmediatamente superior, es decir, si es el 3 se multiplicará por el 4, si es el 7 por el 8, si es el 9 por el 10, etc. y el resultado serán las dos primeras cifras.

### 20. Multiplicación de dos números comprendidos entre 90 y 100 (ambos números)

1º Se calcula en ambos números la diferencia que hay al cien, quedarán dos números, uno por cada multiplicando, se suman estos números entre sí

2º Con el resultado se calcula la diferencia que hay al cien y serán los primeros 2 dígitos

3º Se multiplican los números que resultaron del primer paso entre sí y el resultado serán las últimas 2 díg., si el resultado fuese un solo dígito se le pondrá un 0 delante, es decir, si da nueve se entenderá que es 09

$$35 \times 95$$

$$3 + 9 = 12 : 2 = 6$$

$$3 \times 9 = 27 + 6 = 33$$

$$\text{Por ser par termina en } 25 \quad 45 \times 35$$

$$3325 \quad 4 + 3 = 7 : 2 = 3$$

Se desprecia el resto

$$3 \times 4 = 12 + 3 = 15$$

Por ser impar termina en 75

$$\text{Resultado} = 3.325 \quad \text{Resultado} = 1.575$$

$$78 = 6.084_2$$

$$8 \times 8 = 64$$

$$7 \times 8 = 56 \times 2 = 112 + 6 = 118$$

$$7 \times 7 = 49 + 11 = 60$$

Primeros dígitos

Siempre  $\times 2$

$$94 \times 97 = 9.118$$

$$100 \quad 100$$

$$6 \quad 3$$

$$100 - (6 + 3) = 91$$

$$6 \times 3 = 18$$

Hay que hallar la diferencia a cien

Trucos matemáticos y psicotécnicos



## OTROS

1. Cuando estamos apurados intentando calcular algo, a veces, no nos damos cuenta de los detalles más tontos, por eso, cuando se multiplica, si se repite un número en la multiplicación,

no lo multipliques dos veces, es decir, si aparece el nº  $4.547 \times 7.572$ , el 7, lo multiplicas una

vez y cuando llegues al otro siete, sólo tienes que copiar la operación del primero o bien ¿quién no ha multiplicado alguna vez por uno en vez de poner la cifra directamente?, en fin, hay que tratar de evitar estas pérdidas de tiempo

2. Si ponen una multiplicación cualquiera, quizás no sea necesaria realizarla, por ejemplo, si

nos dicen de multiplicar  $523 \times 937$ , nos fijamos en las últimas cifras el 3 y el 7 que multiplicados son 21, es decir, que sea el número que sea tiene que acabar en uno, si entre las

respuestas sólo hay una cantidad que acabe en uno, habrá de ser esta.

3. En relación con el anterior, también puede valer el cálculo aproximado, por ejemplo, en vez de multiplicar el  $523 \times 937 (=490.051)$ , hagámoslo así,  $523 \times 900 = 470.700$ , si las cantidades que hay como respuestas son muy dispares, puede servir este truco, sobretodo en conjunción con el anterior.

4. Si además tienen decimales, a veces, no hace falta más que mirar cuántos son éstos, por ejemplo, si nos dicen multiplicar  $35'42 \times 52'27$  el resultado tiene que tener cuatro decimales,

dos por cada cantidad, *hay que tener cuidado que, si el resultado acaba en 0 este se puede suprimir.*

5. Cuando nos hacen la típica pregunta de: un padre tiene 45 años, y su hijo 13, ¿cuántos años tendrán que pasar para que el padre duplique la edad del hijo?, la fórmula sería:

$$45 + X = 2(13 + X); 45 + X = 26 + 2X; 45 - 26 = 2X - X; 19 = X$$

$$19 + 13 = 32 \quad E + X = 2(e + X)$$

$$19 + 45 = 64$$

$$\text{PAR} \times \text{PAR} = \text{PAR} \quad \text{PAR} \pm \text{PAR} = \text{PAR}$$

$$\text{IMPAR} \times \text{IMPAR} = \text{IMPAR} \quad \text{IMPAR} \pm \text{IMPAR} = \text{PAR}$$

$$\text{IMPAR} \times \text{PAR} = \text{PAR} \quad \text{IMPAR} \pm \text{PAR} = \text{IMPAR}$$

$$\text{PAR} \times \text{IMPAR} = \text{PAR} \quad \text{PAR} \pm \text{IMPAR} = \text{IMPAR}$$

Siempre que la suma de impares sea impar, el resultado será impar.

$$3 + 5 + 8 + 9 + 2 = 27 \text{ resultado impar por haber 3 impares y 2 pares}$$

## - PORCENTAJES -

1. Para calcular el % de una cantidad se multiplica por 100 el porcentaje y el resultado, se multiplica por la cantidad. (el 15% de 3.500,  $15 : 100 = 0'15 \times 3.500 = 525$ )

$$\text{El } 45\% \text{ de } 2.000 = 0'45 \times 2.000 = 900$$

2. Si nos dan 2 cantidades y hay que hallar el porcentaje que hay entre ellas, hay dos formas,

pero ésta, es la más rápida. Se restan las dos cantidades y se hace una regla de tres simple con

la cantidad resultante y la mayor de las dos cantidades iniciales, el resultado es el porcentaje



que las separa.

Algo costaba 30.000 \_ y ahora cuesta 23.000 \_ ¿Cuál es el tanto por cien que me descontaron?  $30.000 - 23.000 = 7.000$

30.000----- 100

7.000 ----- X

$X = 700.000/30.000 = 23'33\%$   $C-c=d//x=d\cdot 100/C$

Si se quiere calcular la cantidad pagada, se resta al 100% el resultado = 76'67%

3. Calcular en qué cantidad se convierte otra si se le aumenta o disminuye un porcentaje, hay dos formas:

Si a 327 \_ le aumentamos un 37% ¿En qué cantidad se convierte?

1ª el 37% de 327 = 120'99

$327 + 120'99 = 477'99$

2ª 327 ----- 100% (+ Rápido)

X ----- 137%  $X = 327 \cdot 137 / 100 = 477'99$   $C\cdot(100+)/100$

4. Calcular una cantidad conociendo el tanto por ciento

El 32% de una cantidad es 536. Calcula dicha cantidad

32 % ----- 536

100% ----- X  $X = 53600/32 = 1.675$   $C\cdot 100/\%$

## - REPARTO PROPORCIONAL -

1. - Si se quiere repartir en partes directamente proporcionales 1.520 \_ a 3, 5 y 2

$3X + 5X + 2X = 1.520$   $10X = 1.520$

$X = 1.520/10 = 152$

$3X = 3 \cdot 152 = 456$

$5X = 5 \cdot 152 = 760$

$2X = 2 \cdot 152 = 304$

2. - Reparto directo de 15.600 a 2/5, 4/3 y 1/4

$2X/5 + 4X/3 + 1X/4 = 15.600$

$24X + 80X + 15X = 936.000$

$119X = 936.000$

$X = 936.000/119 = 7865'5$

$2X/5 = 2/5 \cdot 7865'5 = 3.146'2$

$4X/3 = 4/3 \cdot 7865'5 = 10.487'3$

$1X/4 = 1/4 \cdot 7865'5 = 1.966'3$

3. - Repartir 58 en directamente a 6 y 8 e inversamente a 2 y 3 (inverso de 2 y 3 = 1/2 y 2/3)

Se multiplican los términos de la serie directa por los de la serie inversa

$6 \cdot 1/2 = 6/2$   $8 \cdot 1/3 = 8/3$

$6X/2 + 8X/3 = 58$

$9X + 8X = 174$   $17X = 174$

$X = 174/17 = 10'235$

$6X/2 = 6 \cdot 10'235/2 = 30'706$

$8X/3 = 8 \cdot 10'235/3 = 27'294$

## - SERIES -

En las series de números, se plantean varios números y entre ellos hay alguna lógica, por lo normal debes descubrir cuál es el número que sigue, en otras ocasiones debes decir el segundo número o los dos últimos, el número que sobra, alguno que falta en medio, etc., las

# BOMBERS.ES

series pueden ser de números, letras, fichas de dominó, cartas de la baraja, etc. todos son lo mismo, lo único que hay que tener en cuenta es en que base trabajan, con los números son infinitos, pero las letras son 27 (sin contar la "ch", y la "ll"), que las fichas de dominó trabajan en base 6, etc.

Puede ser una sucesión de números:

$$1 - 2 - 3 - 4 - [5] \_ + 1$$

$$2 - 4 - 6 - 8 - [10] \_ + 2$$

$$3 - 5 - 9 - 11 - [13] \_ + 2$$

Hay que fijarse de que esta sucesión puede ser de un número concreto, como puede ser de dos

en dos, de 15 en 15 etc., también por números pares o impares, etc.

Puede ser que sume o reste una cantidad concreta:

$$1 - 6 - 11 - 16 - [21] \_ + 5$$

$$25 - 28 - 34 - 43 - [59] \_ (+3), (+3 +3), (+3 +3 +3), (+3 +3 +3 +3)...$$

Esta suma puede ser doble, es decir, que además de sumar un número, éste también se sume:

en la segunda serie vemos que del 25 al 28 hay 3 y del 28 al 34 hay 6 (3+3) y del 34 al 43

hay

$$9 (3+3+3)$$

Dentro de las sumas, también se pueden sumar con el anterior: por ejemplo en la serie

1 - 2 - 3 - 5 - 8, vemos un 1 que sumándole el 2 da 3, éste sumado con el 2 da 5 etc.,

vendría

quedando así:  $1 + 2 = 3 + 2 = 5 + 3 = 8$  y si siguiéramos  $5 + 8 = 13$ .

*(Ésta es la sucesión de Fibonacci o número de oro, para aquel que la quiera consultar).*

En vez de sumar se pueden restar, multiplicar o dividir:

$$2 - 2 - 4 - 8 - 32 - [256] = 2 \times 2 = 4 \times 2 = 8 \times 4 = 32 \times 8 = 256$$

*Cuando en una serie los números ascienden muy rápido es porque hay multiplicación y si desciende muy rápido hay una división.*

Hay series de este tipo:

$$4 - 9 - 16 - 25 - [36] \_ 2^2 - 3^2 - 4^2 - 5^2 - 6^2$$

$$9 - 27 - 81 - [243] \_ 3^2 - 3^3 - 3^4 - 3^5$$

$$3 - 5 - 9 - 17 - [33] \_ 2 \times 2 = 4 - 1 = 3 \times 2 = 6 - 1 = 5 \times 2 = 10 - 1 = 9 \times 2 = 17 \times 2 = 34 - 1 = 33, \text{ es decir: } x \times 2 \text{ y } -1$$

En todos los casos se suelen complicar intercalando varias series, no suelen ser más de dos, aunque si hay muchos números puede haber una tercera serie, por ejemplo:

$$25 - 1 - 25 - 28 - 2 - 25 - 34 - 3 - 25 - 43 - \_ ?$$

*Aquí hay tres series, una que avanza sumando tres: 25 - 28 - 34 - 43 ... otra que suma 1: 1 - 2 - 3 ... y la otra es*

*el número 25 que es fijo, si en este ejercicio hubiese que contestar la segunda opción y no la primera, entonces*

*sería el número 25 el que habría que poner como respuesta.*

Hay muchas otras formas de crear series, cuantas más conozcas más rápidamente podrás encontrar la solución por lo que sería conveniente continuar buscando posibles sistemas de series

## MEMORIA

# **BOMBERS.ES**

1. Este es un truco que hay que trabajar pero que **es muy efectivo** una vez asimilado. Consiste en asignar a cada número un objeto, una persona o algo que se familiarice con dicho número, por ejemplo, el 1 lo podemos familiarizar con una chimenea, con un lápiz, etc., por su forma, también con la luna, con Dios, etc. porque hay uno, en fin, tú buscas la analogía que mejor se aproxime a ese número para poder recordarlo siempre. La lista que viene ahora

es un ejemplo pero que sirve perfectamente: *(a partir del n° 10 es bastante difícil formar analogías con*

*algo, por lo que quizás no sean todo lo lógicas que quisiéramos)*

**1. Yo (uno mismo)**

**2. Tijeras**

**3. Coronel**

**4. Mesa**

**5. Mano**

**6. Sillón**

**7. Bola de cristal**

**8. Gafas**

**9. Nube**

**10. Sota**

*por ser único*

*por ser dobles*

*tiene 3 estrellas*

*cuatro patas*

*cinco dedos*

*por su forma*

*n° cabalístico*

*por su forma*

*NUeVE*

*n° 10 baraja*

**11. Caballo**

**12. Rey**

**13. Gato -negro-**

**14. Muelle**

**15. Chiquilla**

**16. Moto**

**17. E.T.**

**18. Coche**

**19. Guardia Civil**

**20. Reloj**

*n° 11 baraja*

*n° 12 baraja*

*n° mala suerte*

*catorce-tuerce*

*la niña bonita*

*edad carnet*

*diecisiETE*

*edad carnet*

*edad ingreso*

*20 siglos*

**21. Camión**

**22. Cisne**

**23. Congreso**

**24. Fuego**

# BOMBERS.ES

25. Dinero

26. Regalo

27. Cama

28. Niño

29. Huevo

30. Viejo

*edad carnet*

*forma del 2*

*23 - F*

*vispera S. Juan*

*moneda 5 duros*

*mi cumple*

*VENtiSiEstá*

*día de inocentes*

*cisne+NUEVo*

*edad lím. CNP*

2. Otra forma de buscar palabras es asignándole a cada dígito una sola letra, esta letra debe ser consonante y con ella formar las palabras según el número que se trate. Por ejemplo:

Vamos a asignar al nº 1 la letra L, al 2 la D, al 3 la M, al 4 la R, al 5 la S, al 6 la G, al 7 la T,

al 8 la B, al 9 la P y al 0 la C, (hay letras que podrían ser más exactas al número, pero podrían dificultar luego el ejercicio). Una vez asignadas las letras a los números sólo es buscar las palabras adecuadas formándolas con estas letras, así podría quedar que el número 10 fuese LoCo, la L por el 1 y la C por el 0, las vocales son lo de menos, el 33 MoMia, el 74 ToRo, etc. Sería conveniente llegar hasta el nº 100, de esta manera luego los trucos con números serían mucho más fáciles.

3. Podemos acordarnos de los números, imaginémosnos que nos dan para recordar el número: 9 5 5 6 3 2 2 1 4 5 6 7 8 5 6 3 2 1 5 4, podríamos pensar en lo siguiente:

*Una nube agarrada por 2 manos que están encima de un sofá y son de un coronel, tiene a su lado un cisne (22) y en la cola de éste y muelle (14) sujeto por una mano, que está apoyada en otro sillón, al lado una bola de cristal que tiene unas gafas sujetas por otra mano y ésta apoyada en otro sillón y otro coronel que está en un camión con la mano en una mesa.*

Sí, es cierto que, para acordarse de esto es un rollo, pero creo que si nos dan poco tiempo para

recordar un número de 20 dígitos como es este, sería mejor utilizar algún sistema, y este es uno. El mayor problema que presenta es que es secuencial, es decir, que necesitas ir uno a uno para recordar el número, que si te preguntan: ¿cuál es el quinto número o el decimoquinto o el decimonono? será bastante difícil recordarlo sin ir uno a uno o desde algún

número clave, sí, no sería mala idea cada cinco unidades saber que tienes uno clave y también

dividir las cifras de 10 en 10 o algo así.





## PERCEPCIÓN LÓGICA

1. Si nos ponen ejercicios del tipo: a la palabra COMENDADORA le corresponde el número 12345676287, ¿qué número corresponde a la palabra REDOMADA?

a) 8462 7367 b) 84623776 c) 8462 3767 d) 48623767

Fíjate que, sólo la “d” no empieza por 8, miramos la R y vemos que equivale a 8, por lo que la “d” queda descartada.

En las demás respuestas, todas empiezan por el 8462, por lo que no vamos a mirar estos números (con lo que ahorramos mucho tiempo), ahora podemos hacer dos cosas, vemos que

la “b” y la “c” siguen con 37 y por otro lado que la “a” y la “c” terminan en 7, como en el 37

también hay un 7 mejor miramos este número y así matamos dos pájaros de un tiro, vemos que el 7 equivale a la A, por lo tanto la “b” queda descartada, pues termina en con el número.

Ahora, miramos la respuesta “a”, ya que, es la que después del 8462 va un 7 y ya sabemos que es una A, por lo que la quinta letra tiene que ser una A para que la respuesta sea la “a” y

otra letra cualquiera para que sea la “c”, vemos que la quinta letra, es una M, por lo que la “a”

queda descartada y por eliminación sólo nos queda la “c”.

2. Si hay algún ejercicio con relojes debes tener en cuenta lo siguiente:

1. Que no es lo mismo si se trata de un reloj analógico que uno digital, pues en el primer caso son doce horas y en el segundo son veinticuatro.

2. Que las horas y los minutos pueden ser dos series diferentes, es decir, que no tenga uno que ver con el otro.

3. Que pueden ir hacia atrás en el tiempo o pueden ir en sentido contrario al habitual.

4. Que pueden sumarse y restarse y, más difícilmente, multiplicarse o dividirse las horas y/o minutos, por ejemplo, si en un reloj tenemos las 15:15 en otro las 05:20, en el tercero podrían ser las 20:35 horas, pues se han sumado las dos primeras.

- VARIACIONES, PERMUTACIONES Y COMBINACIONES -

**4. Variaciones:** son agrupaciones ordenadas de objetos de un conjunto en el que **importa el**

**orden.** Es muy sencillo, si nos dicen que hay 10 bolas de colores y que tenemos que ordenarlas en grupos de 3 y preguntan cuántos de estos grupos podremos formar haremos así:

$V_{10,3} = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$ , como se ve, se parte de la cantidad total y se calcula un factorial (n!) del número de elementos de la variación, en este caso tres.

5. **Permutaciones:** es saber de cuántas formas podemos ordenar algo, es decir, si tenemos 5 bolas, cada una de un color diferente y queremos saber cuántas filas diferentes podemos ordenar (rojo, verde, azul, gris, blanco o verde, azul, gris, blanco, rojo, etc.), para ello se halla

el factorial del número total de opciones ( $P_n!$ ), en el caso de las bolas sería:

$P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$  posibilidades

6. **Combinaciones:** esto viene a ser una variación partido por una permutación, no importa el orden, por ejemplo: ¿Cuántas parejas se podrían formar con 20 personas?

1º Tenemos un conjunto de 20 elementos y tenemos que cogerlos de 2 en 2



2º No importa el orden, es la misma pareja Juan y Rosa que Rosa y Juan

3º  $C_{20,2} = V_{20,2}/P_2 = 20 \cdot 19/2 \cdot 1 = 190$  parejas

(el factorial - n! - es la multiplicación de un número por todos los números menores que él, es decir, el factorial de 6 es:  $6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$ )

## 1. CURIOSIDADES Y OTROS

### 1. Cuadros mágicos

### 2. Números curiosos

- Si multiplicas  $111.111.111 \times 111.111.111 = 12.345.678.987.654.321$
- $17_3=4.913$ . Si ahora sumamos las cifras del resultado  $4+9+1+3$ , volvemos a tener el 17. Lo mismo pasa con el  $18_3=5.832$ .  $5+8+3+2= 18$
- $12^2=144$  \_  $21^2=441$
- $13^2=169$  \_  $31^2= 961$
- $41096 \times 83 = 3410968$  se ha colocado el 3 delante y el 8 detrás y el producto es correcto.
- CURIOSA PERSISTENCIA DEL 5.

$$8 - 3 = 5$$

$$78 - 23 = 55$$

$$778 - 223 = 555$$

$$7778 - 2223 = 5555$$

.....  
 $8_2 - 3_2 = 55$

$$78_2 - 23_2 = 55\ 555$$

$$778_2 - 223_2 = 555\ 555$$

$$7778_2 - 2223_2 = 55\ 555\ 555$$

- NOTABLE SUCESIÓN DE CUADRADOS.

$$1_2 = 1$$

$$11_2 = 121$$

$$111_2 = 12321$$

$$1111_2 = 1234321$$

$$11111_2 = 123454321$$

$$111111_2 = 12345654321$$

$$1111111_2 = 1234567654321$$

$$11111111_2 = 123456787654321$$

$$111111111_2 = 12345678987654321$$

$$9_2 = 81$$

$$99_2 = 9801$$

$$999_2 = 998001$$

$$9999_2 = 99980001$$

$$99999_2 = 9999800001$$

$$999999_2 = 999998000001$$

$$9999999_2 = 99999980000001$$

$$99999999_2 = 9999999800000001$$

$$999999999_2 = 999999998000000001$$



**6 1 8**

**7 5 3**

**2 9 4**

**4 5 16 9**

**14 11 2 7**

**1 8 13 12**

**15 10 3 6**

• PRODUCTOS POR EL NÚMERO 8.

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$

$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$

$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$

$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

• PRODUCTOS POR EL NÚMERO 9.

$$1 \times 9 + 2 = 11$$

$$12 \times 9 + 3 = 111$$

$$123 \times 9 + 4 = 1111$$

$$1234 \times 9 + 5 = 11111$$

$$12345 \times 9 + 6 = 111111$$

$$123456 \times 9 + 7 = 1111111$$

$$1234567 \times 9 + 8 = 11111111$$

$$12345678 \times 9 + 9 = 111111111$$

$$123456789 \times 9 + 10 = 1111111111$$

• OTROS PRODUCTOS POR EL NÚMERO 9.

$$0 \times 9 + 8 = 8$$

$$9 \times 9 + 7 = 88$$

$$98 \times 9 + 6 = 888$$

$$987 \times 9 + 5 = 8888$$

$$9876 \times 9 + 4 = 88888$$

$$98765 \times 9 + 3 = 888888$$

$$987654 \times 9 + 2 = 8888888$$

$$9876543 \times 9 + 1 = 88888888$$

$$98765432 \times 9 + 0 = 888888888$$

$$987654321 \times 9 - 1 = 8888888888$$

$$\bullet 12.345.679 \times 9 = 111.111.111$$

$$12.345.679 \times 18 = 222.222.222$$

$$12.345.679 \times 27 = 333.333.333$$

$$12.345.679 \times 36 = 444.444.444$$

$$12.345.679 \times 45 = 555.555.555$$

$$12.345.679 \times 54 = 666.666.666$$

$$12.345.679 \times 63 = 777.777.777$$



$$12.345.679 \times 72 = 888.888.888$$

$$12.345.679 \times 81 = 999.999.999$$

- 111.111:  $7 = 15873$ . Por consiguiente, resultará:

$$15.873 \times 7 = 111.111$$

$$15.873 \times 14 = 222.222$$

$$15.873 \times 21 = 333.333$$

$$15.873 \times 28 = 444.444$$

$$15.873 \times 35 = 555.555$$

$$15.873 \times 42 = 666.666$$

$$15.873 \times 49 = 777.777$$

$$15.873 \times 56 = 888.888$$

$$15.873 \times 63 = 999.999$$

- EL NÚMERO 987.654.321. Con el número 987.654.321 se obtienen productos con todas sus cifras, más el 0, permutadas:

$$987.654.321 \times 2 = 1.975.308.642$$

$$987.654.321 \times 3 = 2.981.456.963$$

$$987.654.321 \times 4 = 3.950.617.284$$

$$987.654.321 \times 5 = 4.938.271.605$$

$$987.654.321 \times 6 = 5.925.925.926$$

$$987.654.321 \times 7 = 6.913.580.247$$

$$987.654.321 \times 8 = 7.901.234.568$$

- Escoge un número cualquiera de dos cifras, por ejemplo, 26. Construye el número siguiente:  $26 + 26 \times 20 = 546$ . Ahora, el número 546 le multiplicamos por el dicho 481:  $546 \times 481 = 262.626$

Otro ejemplo:  $47 + 47 \times 20 = 987$ . Ahora:  $987 \times 481 = 474$ .

### • 142.857

\_  $142.857 \times 2 = 285.714$  El 14 se traslada a la derecha

\_  $142.857 \times 3 = 428.571$  El 1 pasa a la derecha

\_  $142.857 \times 4 = 571.428$  El 57 pasa a la izquierda

\_  $142.857 \times 5 = 714.285$  El 7 pasa a la izquierda

\_  $142.857 \times 6 = 857.142$  El 142 pasa a la derecha

\_  $142.857 \times 7 = 999.999$  Sin comentarios

\_  $142.857 \times 8 = 1.142.856$  Falta el 7 que se descompone en 1 y 6

\_  $142.857 \times 9 = 1.285.713$  Aquí falta el 4 que se descompone en 1 y 3

Singularidades similares se dan con 11, 12, 13, 14, 15....

### 3. Falsa inducción:

Es llegar a una conclusión falsa basándose en razonamientos verdaderos.

Supongamos que escogemos tres números aleatorios: 2.025, 3.025 y 9.081

2.025 su raíz cuadrada es 45;  $45 = 20 + 25$  que son parte del número 2.025

3.025 su raíz cuadrada es 55;  $55 = 30 + 25$  que son parte del número 3.025

9.081 su raíz cuadrada es 95;  $95 = 90 + 05$  que son parte del número 9.081

Observando esto podríamos llegar a la conclusión de que para hallar el cuadrado de un número de cuatro cifras sólo es necesario sumar sus dos primeros dígitos con sus dos finales.

Esto es totalmente falso, coincide con estos números pero no así con el resto, por lo que hay que poner cuidado especial en evitar la “falsa inducción”.



#### 4. La sucesión de Fibonacci

Consideremos la siguiente sucesión de números:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34...

Cada número a partir del tercero, se obtiene sumando los dos que le preceden. Por ejemplo,  $21 = 13 + 8$ ; el siguiente a 34 será  $34 + 21 = 55$ .

Esta sucesión es la llamada "sucesión de Fibonacci" (Leonardo de Pisa 1170-1240).

Los cocientes (razones) entre dos números de la sucesión, se aproximan más y más al número áureo (1'61803).

#### 5. Números perfectos

Son números perfectos los que son iguales a la suma de sus divisores, excepto él mismo.

El más pequeño es el 6:  $6 = 1 + 2 + 3$

El siguiente es el 28:  $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ .

Después del 28, no aparece ningún número perfecto hasta el 496, el cuarto número perfecto es el 8.128, el quinto perfecto es 33.550.336. Se observa que cada número perfecto es mucho mayor que el anterior.

Euclides descubrió la fórmula para obtener números perfectos

#### 6. Algunas curiosidades sobre las cifras de los cuadrados perfectos

Un número es cuadrado perfecto si puede desarrollarse como producto de dos factores iguales.

1ª. Si los enteros 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9..., se elevan al cuadrado, 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64,

81, 100, 121, 144, 169, 196 ... se observa la siguiente ley: La cifra de las unidades de estos cuadrados forman un periodo simétrico. 0, 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, 0 con cifras iguales con relación a 5 o a 0.

2ª. Las dos últimas cifras de los cuadrados consecutivos forman un periodo de 51 números, 00, 01, 04, 09, 16, ..., 76, 25, 76, ..., 16, 09, 04, 01, 00 simétricos con relación a 25 o a 00.

Esta observación se extiende indefinidamente. Las tres últimas cifras de los cuadrados perfectos consecutivos forman un periodo de 501 números. Las cuatro últimas, forman un periodo de 2501 números, etc.

3ª. Hay algunos cuadrados que están escritos con cifras todas diferentes. Ejemplos:

4ª. Los pares de cuadrados perfectos:

144 y 441, 169 y 961, 14884 y 48841 y sus respectivas raíces: 12 y 21, 13 y 31, 122 y 221, están formados por las mismas cifras, pero escritas en orden inverso.

El matemático Thébault investigó los pares que tienen esta curiosa propiedad. Encontró por ejemplo la siguiente pareja:

#### 7. Números amigos

Dos números son amigos cuando cada uno es igual a la suma de los divisores del otro.

El menor par de números amigos es el formado por el 220 y 284:

Suma de los divisores de 220:

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 20 + 11 + 44 + 55 + 110 = 284$$

Suma de los divisores de 284:

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$$

Otros números amigos son (6232 y 6368), (2620 y 2924), (18416 y 17296), (9437056 y 9363284)

#### 8. Número secreto.

# BOMBERS.ES

Pida a un amigo que escriba un número de dos cifras en secreto, que lo multiplique por 10 y del resultado reste un múltiplo de 9 inferior o igual a 81. Pídale el resultado. Si es de tres cifras, tome las dos primeras y sume la última; si son dos, súmelas entre sí, el resultado que de es el número secreto.

## 9. Las perlas:

Hay ocho perlas iguales por su forma, tamaño y color, pero una de ellas tiene un peso inferior

a de las otras siete, si tienes una balanza sin pesas y sólo puedes realizar dos pesadas, ¿cómo podrías averiguar cuál es la más ligera?

Lo normal es tender a separar cuatro en un plato de la balanza y las otras cuatro en el otro pero de esta manera necesitaremos tres pesadas y no disponemos de ellas por lo que para hacerlo con sólo dos deberemos hacer lo siguiente:

Apartamos dos perlas y, del resto, colocamos tres en un plato de la balanza y las otras tres en el otro.

Ahora se pueden dar las siguientes situaciones:

- Si se equilibra la balanza quiere decir que la más ligera está en las dos que apartamos, por lo que las colocaremos en la balanza y estará en el plato que suba.

- Si no se equilibra cogemos las tres del plato que subió y descartamos las otras, de estas tres apartamos una y colocamos una en un plato y la otra en el otro plato; si se equilibra es la perla que apartamos y si no se equilibra será la del plato que suba.

## 10. Tres amigos en el bar

Van tres amigos a tomarse un refresco. Después de tomarlo, al pedir la cuenta, es donde viene el lío:

- Amigos: Camarero, nos trae la cuenta, por favor.

- Camarero: Son 300 pesetas, caballeros.

Y cada uno de ellos pone 100 pesetas.

Cuando el camarero va a poner el dinero en caja, lo ve el jefe y le dice:

- Jefe: No, esos son amigos míos. Cóbrales solo 250 ptas.

El camarero se da cuenta que si devuelve las 50 ptas. puede haber problema para repartirlas y

decide lo siguiente:

- Camarero: Ya está. Me quedaré 20 ptas. y les devuelvo 30, diez para cada uno.

Les devuelve a cada uno 10 ptas.

Ahora es cuando viene el follón. Si cada uno puso 100 ptas. y le devuelven 10 ptas, realmente

puso cada uno de ellos 90 ptas.

$90 \times 3 = 270$  ptas. Si añadimos las 20 que se queda el camarero, 290 ptas.....

¿DÓNDE ESTÁN LAS OTRAS 10 PESETAS?

Este es un caso típico de cómo se pueden enredar las cosas.

Lo correcto es decir que 250 ptas. fueron a caja y 20 ptas. es la propina del camarero.

## 11. El problema del andarín

Se trata de un hombre de 1,80 m. de estatura que camina sobre el Ecuador y da así toda la

# BOMBERS.ES

vuelta a la Tierra, ¿qué longitud habrá recorrido más su cabeza que sus pies?. ¿Y si lo hace sobre el ecuador de la Luna?.

Solución:

L. cabeza =

L. pies =

Diferencia de longitudes = 11,31 metros

## 12. Los bombones

Tenemos 10 cestas de bombones y cada bombón ha de pesar 10 gramos.

Al disponernos a venderlos hay una cesta en la que los bombones sólo pesan 9 gramos, pero

el inconveniente es que no sabemos de qué cesta se trata. El reto consiste en descubrir la cesta

que tiene los bombones de 9 gramos *con una sola pesada* (podemos usar la balanza una sola

vez).

Solución:

Ordenamos las cestas en un orden cualquiera.

Cogemos un bombón de la primera cesta, dos de la segunda, tres de la tercera, etc., y nueve de la novena.

Si la pesada de los bombones da  $10 + 20 + 30 + \dots + 90 = 450$  gramos, las cestas serán correctas y la defectuosa será la décima. Pero si la pesada es de  $450 - 1 = 449$  g. la cesta defectuosa será la primera; si da  $450 - 2 = 448$  g. será la segunda. Si obtenemos  $450 - 3 = 447$

g. será la tercera cesta la defectuosa y así si da  $450 - 9 = 441$  g., será la novena.

## 13. Dos ciclistas y una mosca

Dos ciclistas parten de dos ciudades distantes entre sí 50 km. al encuentro el uno del otro a la

velocidad de 25 km/h. Una mosca sale desde una de las bicicletas hacia la otra, volando a

42

km/h.

Cuando encuentra a la otra, regresa hacia la primera, siempre a la misma velocidad; así hasta

que los dos ciclistas se encuentran. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido la mosca en este vaivén?

**Solución**

Está claro que los ciclistas que están a 50 km. el uno del otro, y que circulan a 25 km/h, se encuentran en UNA hora, es el mismo tiempo que está la mosca volando de una bicicleta a otra a la velocidad de 42 km/h, por tanto recorrerá 42 kilómetros.

14. En una extraordinaria batalla, por lo menos el 70% de los combatientes perdió un ojo; el 75% una oreja, por lo menos el 80% perdió una mano y el 85% una pierna.

¿Cuántos, por lo menos perdieron los cuatro órganos?

**Solución:**

Por lo menos el 45% perdió el ojo y la oreja:

Por lo menos el 65% perdió la mano y la pierna:

Por lo menos el 10% perdió los cuatro órganos:



### 15. ¿Dentro o fuera?

¿El punto B es interior o exterior a la curva?

1. Sencillamente se une B con un punto claramente exterior (A) mediante una línea cualquiera (puede ser recta o curva).
2. Se cuentan las intersecciones de esa línea con el contorno de la curva.
3. Si el número de intersecciones es *impar*, el punto está dentro. Si el número de intersecciones es *par*, el punto es exterior.

Se trata de un típico teorema de Topología.

### 16. El engaño del cordel.

Una vieja historia narra que cierto día un comprador se acercó a un vendedor de espárragos y le dijo:

-- Traigo este cordel que mide un palmo, ¿cuánto me cobraréis por el mazo de espárragos que pueda atar con él?

El vendedor de espárragos pidió 10 reales y el comprador se mostró conforme. A los dos días, el comprador dijo al vendedor de espárragos:

-- Vuelvo con este cordel que mide dos palmos, os acordaréis que por los espárragos que pude atar por el que medía un palmo me cobrasteis 10 reales, así que por este cordón que mide dos palmos os pagaré 20 reales, si lo veis justo.

El aldeano aceptó, aunque quedó con cierta duda si le habría engañado o no el comprador. Con un cordel de doble longitud se encierra una superficie cuatro veces mayor, por lo que no

se trataba de doble cantidad de espárragos, sino de cuádruple cantidad.

### 17. La moneda en rotación:

Colocamos dos monedas iguales en las posiciones M y F. La segunda permanece fija y la primera se mueve en torno a ella, siempre tangentes entre sí, pero la móvil rodando sobre la fija.

Después de una vuelta completa, la moneda volverá a coincidir con M en la misma posición que tenía al empezar el movimiento.

Pero, ¿en qué posición aparecerá la moneda cuando esté en M', cuando haya dado media vuelta en torno a F?

Parece, a primera vista, que será con la cara hacia abajo; sin embargo no sucederá así; la cara seguirá hacia arriba.

• La justificación de este hecho es que *hay dos giros simultáneos*: uno de M alrededor de F y otro de M alrededor de su mismo centro.

### 18. Suma de números en un calendario

Se trata de poder sumar los nueve números contenidos en el cuadrado seleccionado en el calendario, bastando que nos digan el número menor del cuadrado. En este caso se trata del número 7.

Para averiguar la suma, debemos sumar 8 y después multiplicar por 9:

$$(7 + 8) \cdot 9 = 135$$

Al número que te den le sumas 8 y esta suma la multiplicas por 9.

También se puede hacer cuando los días están ordenados en vertical. La suma de los nueve números contenidos en el cuadrado es:  $(2 + 8) \cdot 9 = 90$



# **BOMBERS.ES**

En cualquier hoja de calendario se pasa de un número al que hay debajo de él, sumando 7.

En

cualquier cuadrado de nueve números, se pasa del número menor al que ocupa el centro sumando 8.

Los nueve números de cada cuadrado de números se pueden escribir en función del número que ocupa el centro del cuadrado.

**19. Averigüemos cuántas hojas se perdieron.**

Martín, de sólo dos años, tomó para jugar un libro; por su corta edad arrancó las páginas 8, 9,

85, 117 y 118. ¿Cuántas hojas arrancó en total?

Sólo arrancó cuatro hojas del libro, porque las páginas 117 y 118 son *dos caras de una misma hoja*.